

ING1-AGRO Analyse Numérique

Matière du partiel

Augustin Cosse

Décembre 2022

Théorie

Pour la partie théorique, vous devez être capables de:

1. Interpolation

- (a) Donner la formule d'interpolation de Lagrange
- (b) Énoncer le théorème caractérisant l'erreur d'interpolation et en particulier, donner la borne sur l'erreur d'interpolation.
- (c) Prouver le théorème sur l'erreur d'interpolation
- (d) Énoncer la formule d'interpolation d'Hermite et prouver le théorème d'interpolation correspondant
- (e) Énoncer la borne d'erreur sur l'interpolation d'Hermite
- (f) Énoncer la formule des différences divisées
- (g) Donner la formule d'interpolation de Newton (sur base des différences divisées)
- (h) Énoncer le schéma de récurrence de Neville-Aitken et le théorème correspondant

2. Transformée de Laplace

- (a) Définir la notion de transformée de Laplace
- (b) Définir les notions de continuité par morceau et de saut de discontinuité
- (c) Définir la notion d'ordre exponentiel pour une fonction $f(x)$
- (d) Énoncer le théorème d'existence pour la transformée de Laplace
- (e) Donner la définition de la transformée de Laplace inverse.

3. Transformée et Série de Fourier

- (a) Définir l'orthogonalité dans le cadre des fonctions
- (b) Démontrer l'orthogonalité des fonctions trigonométriques pour une période donnée (par exemple $2L$) $1, \sin \frac{m\pi x}{L}, \cos \frac{m\pi x}{L}$ ainsi que $e^{\frac{im\pi x}{L}}$
- (c) Définir la notion de série de Fourier pour une fonction donnée $f(x)$ et donner l'expression des coefficients de Fourier de f .
- (d) Comprendre le lien entre séries en sinus et cosinus et parité de la fonction $f(x)$
- (e) Comprendre le lien entre coefficients de la série en sinus/cosinus et coefficients de la série exponentielle (complexe). En particulier donner l'expression des coefficients de la série de Fourier exponentielle en fonction des coefficients de la série en sinus/cosinus et vice versa.
- (f) Définir la notion de transformée de Fourier et transformée de Fourier inverse
- (g) Définir la notion de transformée de Fourier discrète. En particulier, donner le lien entre les valeurs d'un signal en un nombre fini de points $x(\frac{2\pi k}{N}), k = -N/2, \dots, N/2 - 1$ et la transformée discrète de ce signal, en se basant sur l'orthogonalité des fonctions $e^{\frac{2\pi i k \ell}{N}}$

4. Intégration

- (a) Donner la définition générale d'une règle de quadrature.
- (b) Énoncer l'expression générale de la formule de quadrature de Newton-Cotes. En particulier, comprendre le lien entre cette formule et la formule d'interpolation de Lagrange.
- (c) Énoncer la méthode du point médian, des rectangles à gauche et des rectangles à droite ainsi que la méthode du trapèze et la méthode de Simpson.
- (d) Comprendre la différence entre formule de Newton-Cotes fermée et formule de Newton-Cotes ouverte
- (e) Comprendre la notion de degré de précision et pouvoir estimer le degré de précision d'une formule de quadrature donnée. En particulier, énoncer le lien entre la parité de l'ordre de quadrature et le degré de précision dans le cadre des formules de quadrature de Newton-Cotes.
- (f) Comprendre la notion de formule composite et pouvoir énoncer les formules composites du trapèze et de Simpson. Pouvoir donner l'erreur commise par ces formules. Pouvoir prouver la borne sur l'erreur d'interpolation dans le cas de la formule composite du trapèze.

Séances d'exercices

La programmation ne fait pas partie de la matière du partiel.

Vous devez être en mesure de résoudre tous les exercices qui ont été couverts lors des séances (voir la page web du cours¹ pour la numérotation de ces séances) ainsi que les exercices semblables qui apparaissent dans les séances mais n'ont pas été résolus tels quels. Les exercices marqués d'un astérisque (*) sont considérés comme étant au delà du niveau minimum requis pour le partiel mais constituent néanmoins de bons exercices d'entraînement.

En particulier,

1. **Recitation 01:** Ne fait pas partie de la matière du partiel
2. **Recitation 02:** Exercices 1, 2, 3, 4, 5, 9a, 9b
3. **Recitation 03:** Exercices 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 15
4. **Recitation 04:** Exercices 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15a, 15b, 15c
5. **Recitation 05:** Exercices 1 (excepté la représentation graphique), 2, 3, 4*, 5, 6*, 7 (excepté la représentation graphique), 8, 9
6. **Recitation 06:** Questions 1*, 2, 3*, 4, 5, 6, 7, 8*, 11*, 14*, 15, 16, 17, 19, 20, 21, 24

¹<http://www.augustincosse.com/numerical-analysis>